УДК 517.929

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМОЙ ПРИ НАЛИЧИИ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ

© **В.П. Максимов**

Ключевые слова: линейные функционально-дифференциальные системы; задачи управления; импульсные возмущения.

Для линейной функционально-дифференциальной системы с последействием общего вида, подверженной воздействию импульсных помех, рассматривается задача управления. Цель управления задается с помощью конечной совокупности линейных целевых функционалов. Предлагается конструкция регулярного (не импульсного) управления, которое включает программную и позиционную по скачкам составляющие и решает задачу управления с заданной системой целевых функционалов, несмотря на наличие импульсных воздействий.

Рассматривается задача управления в постановке, при которой возможные скачки траекторий рассматриваются как результат внешних импульсных воздействий (помех), неизвестных заранее ни по моменту возникновения, ни по величине скачков. Считается, что информация о состоявшихся скачках становится известной к началу действия корректирующих управлений, которые являются позиционными по скачкам реализуемой траектории. Для последовательной компенсации возникающих скачков вводится обратная связь (дополнительные слагаемые в уравнениях движения). Отметим, что задача описания управлений, компенсирующих аддитивные помехи, суммируемые с квадратом, для линейных систем с последействием по состоянию и отсутствием запаздывания при реализации управлений исследована в [1]. Мы следуем обозначениям и основным положениям теории функционально-дифференциальных уравнений в части линейных систем с импульсными воздействиями [2, с. 123-130]. Обозначим через $L^n = L^n[0,T]$ пространство суммируемых по Лебегу на конечном промежутке $[0,T]$ функций $z:[0,T]\to R^n$ с нормой $\|z\|_{L^n} = \int_0^T |z(t)|_n\,dt$, где $|\cdot|_n$ – норма в R^n (далее, если размерность пространства очевидна, индекс у нормы будем опускать). Для описания траекторий, имеющих скачки первого рода в последовательные моменты времени $t_1 < t_2 < \ldots < t_m < T$ $(t_1 > 0)$, следуя [3], введем пространство $DS^n(m)$ кусочно абсолютно непрерывных функций $y:[0,T]\to R^n$, представимых в виде

$$y(t) = \int_0^t z(s)\,ds + y(0) + \sum_{k=1}^{m} \chi_{[t_k,T]}(t)\Delta y(t_k),$$

где $z\in L^n$; $\Delta y(t_k) \equiv y(t_k) - y(t_k - 0)$; $\chi_{[t_k,T]}(t)$ – характеристическая функция отрезка $[t_k,T]$. Элементы пространства $DS^n(m)$ – это функции, абсолютно непрерывные на каждом из промежутков $[0,t_1),[t_1,t_2),\ldots,[t_m,T]$ и непрерывные справа в точках $t_1,\ldots,t_m$. Норму в $DS^n(m)$ определим равенством $||y||_{DS^n(m)} = ||\dot{y}||_{L^n} + |y(0)|_n + \sum_{k=1}^m |\Delta y(t_k)|_n$, $DS^n(m)$ – банахово пространство. Подчеркнем, что при рассмотрении задачи управления мы не фиксируем заранее моменты времени $t_1,\ldots,t_m$ и их число m. Конкретное пространство $DS^n(m)$ будет использоваться для коррекции программного управления в момент времени T_0, когда информация о реализовавшихся импульсных воздействиях станет доступной. Предлагаемые ниже конструкции используются в предположении, что на промежутке $[T_0,T]$ импульсные воздействия исключены. Обозначим черз $AC^n[0,T]$ пространство абсолютно непрерывных функций $x:[0;T]\to R^n$ с нормой $\|x\|_{AC^n} = |x(0)| + \|\dot{x}\|_{L^n}$. Пространство $DS^n(m)$ является конечномерным расширением пространства $AC^n[0,T]$.

Для описания системы управления введем линейный оператор $\mathcal{L}$:

$$(\mathcal{L}y)(t) = \dot{y}(t) - \int_0^t \mathcal{K}(t,s)\dot{y}(s)\,ds + A(t,0)y(0) + \sum_{k=1}^{m} \chi_{[t_k,T]}(t)A(t,t_k)\Delta y(t_k),\ t\in[0,T].$$

Здесь элементы $k_{ij}(t,s)$ ядра $\mathcal{K}(t,s)$ измеримы на множестве $\{(t,s): 0 \leqslant s \leqslant t \leqslant T\}$ и таковы, что на этом множестве $|k_{ij}(t,s)| \leqslant \kappa(t),\ i,j=1,\dots,n,$ где функция κ суммируема на $[0,\,T]$, элементы $(n\times n)$-матрицы $A(t,s)$ определены на множестве $\{(t,s): 0 \leqslant s \leqslant t \leqslant T\}$ и при каждом $s\in[0,T)$ суммируемы на $[s,T]$.

Система управления, подверженная импульсным возмущениям, описывается уравнением

$$(\mathcal{L}y)(t) = I_\delta(t,\Delta y) + (Bu)(t) + g(t),\ t\in[0,T]. \tag{1}$$

Здесь $I_\delta(t,\Delta y) = -1/\delta\sum_{k=1}^{m}\chi_{[t_k,t_k+\delta]}(t)\Delta y(t_k)$; δ – положительный параметр, характеризующий реакцию системы на произошедший скачок траектории: на промежутке времени длиной δ система реагирует скачком производной (покомпонентно со знаком, противоположным скачку траектории), слагаемое I_δ соответствует наличию обратной связи в системе управления и является элементом позиционного управления; B – линейный оператор, определенный на пространстве PC^ν функций $u:[0,T]\to R^\nu$ (управлений) с кусочно постоянными компонентами, действующий в пространство L^n и обладающий свойством вольтерровости: для любого $\tau\in(0,T)$ $(Bu)(t)=0$ на $[0,\tau]$ для всех таких $u\in PC^\nu$, что $u(t)=0$ на $[0,\tau]$; $g\in L^n$. Начальное состояние системы (1) задано: $y(0)=\alpha$, цель управления задается с помощью линейного ограниченного вектор-функционала $l: DS^n(m)\to R^N$. Требуется найти такое управление u, при котором соответствующая траектория системы (1) с заданным начальным состоянием доставляет вектор-функционалу l предписанное значение γ, какой бы ни была конечная последовательность импульсных возмущений, приводящих к разрывам траектории $\Delta y(t_1),...,\Delta y(t_m)$ и действующих на некотором известном промежутке $[0,T_0]\subset[0,T)$. Для решения задачи предлагается следующая конструкция управления. Зафиксируем разбиение отрезка $[0,\,T_0]$ точками $\tau_1<\tau_2<...<\tau_K<T_0$ и обозначим $u_0(t)=\chi_{[0,\tau_1)}(t)$, $u_1(t)=\chi_{[\tau_1,\tau_2)}(t),\dots,u_K(t)=\chi_{[\tau_k,T_0)}(t)$. Функции $u_i(t)$, имеющие носитель на $[0,\,T_0)$, будут использованы для построения компоненты программного управления системой (1). Отрезок $[T_0,\,T]$ разобьем точками $\vartheta_1<\vartheta_2<...<\vartheta_M<T$ и обозначим $v_0(t)=\chi_{[T_0,\vartheta_1)}(t)$, $v_1(t)=\chi_{[\vartheta_1,\vartheta_2)}(t),\dots,v_M(t)=\chi_{[\vartheta_M,T]}(t)$. Функции $v_j(t)$, имеют носитель на $[T_0,\,T]$ и будут использоваться для построения позиционного управления по информации о скачках траектории, произошедших до момента времени T_0. Предлагаемая конструкция управления имеет вид $u(t)=\sum_{i=0}^{K}u_i(t)q_i+\sum_{j=0}^{M}v_i(t)r_i$, $q_i,r_i\in R^\nu$.

Условия разрешимости рассматриваемой задачи управления формулируются в виде системы соотношений относительно параметров управления $q,r,$ которые определяют траекторию системы, доставляющую всем компонентам целевых функционалов предписанные значения. Описание некоторых прикладных задач, охватываемых приведенной постановкой дано в [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Исламов Г.Г.* О допустимых помехах линейных управляемых систем // Изв. вузов. Серия Математика, 2002. № 2. С. 37-40.

2. *Азбелев Н.В., Максимов В.П., Рахматуллина Л.Ф.* Введение в теорию функционально-дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1991.

3. *Анохин А.В.* О линейных импульсных системах для функционально-дифференциальных уравнений // ДАН СССР. 1986. № 286 (5). С. 1037-1040.

4. *Максимов В.П., Поносов Д.А., Чадов А.Л.* Некоторые задачи экономико-математического моделирования // Вестн. Пермск. ун-та. Экономика. 2010. № 2 .(5). С. 45-50.

Maksimov V.P. ON CONTROL PROBLEM FOR LINEAR SYSTEM UNDER IMPULSE DISTURBANCES

A control problem for linear functional differential system with time delay of the general form is considered. The purpose of controlling is prescribed with use of a finite set of linear functionals. The system is acting under impulse disturbances which result in trajectory jumps with unknown previously instants of time and values. A construction of control actions that contains both program and jumps-positional components is proposed.

Key words: functional differential systems; control problems; impulse disturbances.

УДК 519.688

EXACT TRIANGULAR DECOMPOSITION

© **G.I. Malaschonok**

Ключевые слова: matrix triangular decomposition; algorithm in commutative domain.

The main result which presented in this talk is existence in commutative domain R of the matrix triangular decomposition, which has the form: $A = PLDUQ$, where P and Q are permutation matrices, L and PLP^T are lower triangular matrices over R, U and Q^TUQ are upper triangular matrices over R, $D = \mathrm{diag}(d_1^{-1}, d_2^{-1}, .., d_r^{-1}, 0, .., 0)$ is a diagonal matrix of rank r, $d_i \in R \backslash \{0\}$, $i = 1, \ldots, r$.

A matrix decomposition of a form

$$A = VwU \tag{1}$$

is called the Bruhat decomposition of the matrix A, if V and U are nonsingular upper triangular matrices and w is a matrix of permutation.

Let R be a commutative domain, F be the field of fractions over R. We want to obtain a decomposition of matrix A over domain R in the form $A = VwU$, where V and U are upper triangular matrices over R and w is a matrix of permutation, which is multiplied by some diagonal matrix in the field of fractions F. Moreover each nonzero element of w has the form $(a^i a^{i-1})^{-1}$, where a^i is some minor of order i of matrix A.

We call such triangular decomposition the Bruhat decomposition in the commutative domain R.

Let R be a commutative domain, $A = (a_{i,j}) \in R^{n\times n}$ be a matrix of order n, $\alpha^k_{i,j}$ be $k \times k$ minor of matrix A which disposed in the rows $1, 2, \ldots, k-1, i$ and columns $1, 2, \ldots, k-1, j$ for all integers $i, j, k \in \{1, \ldots, n\}$. We suppose that the row i of the matrix A is situated at the last row of the minor, and the column j of the matrix A is situated at the last column of the minor. We denote $\alpha^0 = 1$ and $\alpha^k = \alpha^k_{k,k}$ for all diagonal minors ($1 \leqslant k \leqslant n$). And we use the notation δ_{ij} for Kronecker delta.

Let k and s be integers in the interval $0 \leqslant k < s \leqslant n$, $\mathcal{A}^k_s = (\alpha^{k+1}_{i,j})$ be the matrix of minors with size $(s-k)\times(s-k)$ which has elements $\alpha^{k+1}_{i,j}$, $i, j = k+1, \ldots, s-1, s$, and $\mathcal{A}^0_n = (\alpha^1_{i,j}) = A$.

T h e o r e m 1 [LDU decomposition of the minors matrix].